

С.Т. МЕЛКОНЯН, К.Г. СТЕПАНЯН, К.С. АРЗУМАНЯН,
Ю.Л. САРКИСЯН

ОПТИМАЛЬНОЕ УПРАВЛЕНИЕ МАНИПУЛЯТОРАМИ С УЧЕТОМ ХАРАКТЕРИСТИК ЭЛЕКТРОПРИВОДОВ

На основе уравнений Лагранжа-Максвелла разработан метод решения задачи оптимального управления манипуляторами с последовательной и параллельной структурами, рассматриваемыми как электромеханические системы. Метод позволяет без введения дополнительных сил, изменением лишь напряжений в электроприводах, спланировать требуемые оптимальные движения механизмов, что существенно упрощает системы их управления.

Ключевые слова: манипулятор, оптимальное управление, уравнение Лагранжа-Максвелла, критерии качества.

Введение. При построении движений манипуляторов важное значение имеет определение таких законов изменения движущих сил в шарнирах или напряжений в электроприводах, которые бы обеспечивали заранее заданный закон движения выходного звена. Эта задача сводится к решению прямой задачи динамики манипуляторов, рассматриваемых как механические [1] или электромеханические системы [2,3]. Для многоподвижных манипуляторов она имеет бесчисленное множество решений, что позволяет осуществлять заданное движение выходного звена различными способами, отличающимися кинематическими и динамическими характеристиками. Во множестве этих движений важен выбор именно тех, при которых оптимизируются критерии качества, характеризующие желаемые кинематические и динамические свойства механизмов. Эти требования приводят к решению задач оптимального управления манипуляторами.

Анализ работ по оптимальному управлению роботами-манипуляторами [4-7] показывает, что при построении движений манипуляторов методы оптимального управления [8] не получили широкого применения, а известные приложения имеют частный характер [9,10]. Кроме того, известные до сих пор методы разработаны для манипуляторов с последовательной структурой и не могут быть применены к манипуляторам с параллельной структурой, особенно когда они рассматриваются как электромеханические системы. С целью устранения указанного пробела в настоящей работе в общем виде сформулирована задача оптимального управления многоподвижными манипуляторами произвольной структуры с учетом характеристик электроприводов и разработан упрощенный численный метод ее решения.

Предлагаемый в статье подход к динамическому управлению манипуляторами отличается простотой и эффективностью. При этом вместо принятого сложного процесса управления вращающимися моментами в активных парах манипулятора заданные законы движения выходных звеньев манипуляторов достигаются простым варьированием входных напряжений электроприводов, что позволяет значительно упростить систему управления [2].

1. Уравнения движений манипуляторов с электроприводами. Основным объектом исследования являются манипуляторы, оснащенные электроприводами. Важнейшим этапом оптимального проектирования и управления этими манипуляторами, представляемыми как электромеханические системы, является решение смешанной задачи их динамики. С этой целью составим дифференциальные уравнения, описывающие поведение этих систем, для манипуляторов с последовательной и параллельной структурами (рис.1,2).

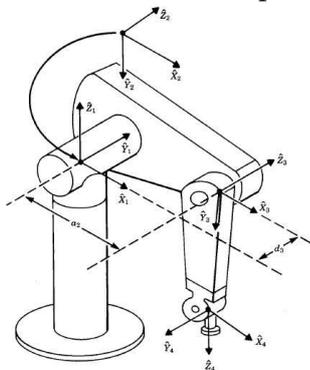


Рис.1. Манипулятор с последовательной структурой

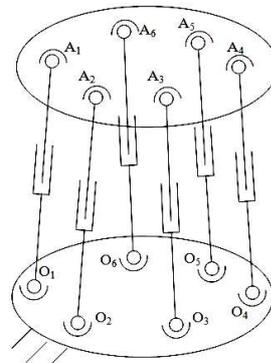


Рис.2. Манипулятор с параллельной структурой

Согласно известным уравнениям Лагранжа-Максвелла, уравнения движения манипуляторов с последовательной структурой приводятся к виду

$$\sum_{j=1}^n a_{ij}(p, q) \ddot{q}_j + \sum_{j=1}^n b_{ij}(p, q) I_j + c_i(p, q, \dot{q}) = 0, \quad i = 1, 2, \dots, n, \quad (1)$$

$$\sum_{j=1}^n d_{ij}(p, q) \dot{I}_j + e_i(p, q, \dot{q}, I) = U_i - I_i R_i, \quad i = 1, 2, \dots, n, \quad (2)$$

где $q = (q_1, q_2, \dots, q_n)$, $\dot{q} = (\dot{q}_1, \dot{q}_2, \dots, \dot{q}_n)$, $\ddot{q} = (\ddot{q}_1, \ddot{q}_2, \dots, \ddot{q}_n)$ - вектор-функции обобщенных координат, скоростей и ускорений механической части; $I = (I_1, I_2, \dots, I_n)$ - вектор-функция сил тока, возникающих в роторе электродвигателя; $p = (p_1, p_2, \dots, p_v)$ - вектор постоянных параметров электромеханической системы; U_i ($i = 1, 2, \dots, n$) - напряжения в роторах; R_i - сопротивление в электрических цепях, а

$a_{ij}(p, q)$, $b_{ij}(p, q)$, $c_{ij}(p, q)$, $d_{ij}(p, q)$ и $e_{ij}(p, q, \dot{q}, I)$ - известные функции указанных параметров.

Из-за сложности уравнений, описывающих кинематические связи, традиционные методы образования уравнений движений не пригодны для параллельных манипуляторов. В настоящей работе разработан другой подход, который совмещает применение уравнений Лагранжа-Максвелла, принципа Ньютона-Эйлера и аксиом связей. В соответствии с предлагаемым подходом в параллельных манипуляторах уничтожается определенное число кинематических связей и согласно аксиомам связей прикладываются реакции этих связей. Для полученных подсистем составляются уравнения Лагранжа-Максвелла, которые дополняются уравнениями, восстанавливающими уничтоженные кинематические связи. В результате получаем систему смешанных дифференциальных и алгебраических уравнений:

$$\sum_{j=1}^m a_{ij}(p, q)\ddot{q}_j + \sum_{j=1}^n b_{ij}(p, q)\dot{I}_j + \sum_{j=1}^{m-n} c_{ij}(p, q)\bar{R}_j + d_i(p, q, \dot{q}) = 0, i = 1, 2, \dots, m, \quad (3)$$

$$\sum_{j=1}^n e_{ij}(p, q)\dot{I}_j + f_i(p, q, \dot{q}, I) = U_i - I_i R_i, \quad i = 1, 2, \dots, m, \quad (4)$$

$$F_i(p, q) = 0, \quad i = 1, 2, \dots, m - n, \quad (5)$$

$$\sum_{j=1}^m \frac{\partial F_i}{\partial q_j} \dot{q}_j = 0, \quad i = 1, 2, \dots, m - n, \quad (6)$$

$$\sum_{j=1}^m \frac{\partial F_i}{\partial q_j} \ddot{q}_j + \sum_{j=1}^m \sum_{k=1}^m \frac{\partial^2 F_i}{\partial q_j \partial q_k} \dot{q}_j \dot{q}_k = 0, \quad i = 1, 2, \dots, m - n, \quad (7)$$

где $q = (q_1, q_2, \dots, q_n, q_{n+1}, \dots, q_m)$, $\dot{q} = (\dot{q}_1, \dot{q}_2, \dots, \dot{q}_n, \dot{q}_{n+1}, \dots, \dot{q}_m)$, $\ddot{q} = (\ddot{q}_1, \ddot{q}_2, \dots, \ddot{q}_n, \ddot{q}_{n+1}, \dots, \ddot{q}_m)$ - вектор-функции подгруппы обобщенных q_1, q_2, \dots, q_n , $\dot{q}_1, \dot{q}_2, \dots, \dot{q}_n$, $\ddot{q}_1, \ddot{q}_2, \dots, \ddot{q}_n$ и "лишних" $q_{n+1}, q_{n+2}, \dots, q_m$, $\dot{q}_{n+1}, \dot{q}_{n+2}, \dots, \dot{q}_m$, $\ddot{q}_{n+1}, \ddot{q}_{n+2}, \dots, \ddot{q}_m$ координат, скоростей и ускорений; \bar{R}_j - реакции уничтоженных связей. Остальные обозначения приняты по аналогии с предыдущим случаем.

2. Динамическое исследование манипуляторов с электроприводами. На основе уравнений (1)-(7) авторами ранее был разработан универсальный метод решения прямой и обратной задач динамики манипуляторов, рассматриваемых как электромеханические системы, для дальнейшего использования в процессе оптимального проектирования и управления этими системами.

Однако анализ показывает, что при построении оптимальных движений манипуляционных механизмов без введения дополнительных сил приходится решать

смешанную задачу динамики, постановка и алгоритм реализации которой приводятся ниже.

Допустим, заданы вектор постоянных параметров электромеханической системы $\mathbf{p} = (p_1, p_2, \dots, p_v)$, а также законы изменения

$$q_j = q_j(t), \quad \dot{q}_j = \dot{q}_j(t), \quad \ddot{q}_j = \ddot{q}_j(t), \quad j = 1, 2, \dots, n \quad (8)$$

обобщенных координат, скоростей и ускорений ее механической части. Требуется определить законы изменения напряжений $U_i = U_i(t)$ ($i = 1, 2, \dots, n$) в электрических цепях в зависимости от времени так, чтобы они обеспечили заданные законы изменения (8) обобщенных координат системы.

Ввиду сложности уравнений (5) кинематических связей аналитическое решение поставленной задачи для механизмов с параллельной структурой (рис. 2) не представляется возможным. Поэтому она решается численным методом, реализуемым по следующему алгоритму.

1. В период времени $[t_0, t_k]$ движения электромеханической системы вводим равномерно распределенную сетку $t_0, t_1, t_2, \dots, t_N = t_k$, $t_r = t_0 + r \cdot \Delta t$, $\Delta t = (t_k - t_0) / N$ ($r = 0, 1, 2, \dots, N$).

2. Для момента времени $t = t_r$ ($r = 0, 1, 2, \dots, N$) определяем значения

$$q_j^r = q_j(t_r), \quad \dot{q}_j^r = \dot{q}_j(t_r), \quad \ddot{q}_j^r = \ddot{q}_j(t_r), \quad j = 1, 2, \dots, n$$

обобщенных координат, скоростей и ускорений механической части.

3. Подставив значения $q_j = q_j^r$ ($j = 1, 2, \dots, n$) обобщенных координат механической части в систему уравнений (5) и решив ее относительно "лишних" координат q_j ($j = n + 1, n + 2, \dots, m$), получим их значения $q_j^r = q_j(t_r)$ ($j = n + 1, n + 2, \dots, m$) в момент времени $t = t_r$.

4. Подставив значения $q_j = q_j^r$ ($j = 1, 2, \dots, m$), $\dot{q}_j = \dot{q}_j^r$ ($j = 1, 2, \dots, n$) обобщенных и "лишних" координат и скоростей в систему уравнений (6) и решив ее относительно "лишних" скоростей \dot{q}_j ($j = n + 1, n + 2, \dots, m$), получим их значения $\dot{q}_j^r = \dot{q}_j(t_r)$ ($j = n + 1, n + 2, \dots, m$) в момент времени $t = t_r$.

5. Подставив значения $q_j = q_j^r$, $\dot{q}_j = \dot{q}_j^r$ ($j = 1, 2, \dots, m$), $\ddot{q}_j = \ddot{q}_j^r$ ($j = 1, 2, \dots, n$) обобщенных и "лишних" координат, скоростей и ускорений в систему уравнений (7) и решив ее относительно "лишних" ускорений \ddot{q}_j ($j = n + 1, n + 2, \dots, m$), получим их значения $\ddot{q}_j^r = \ddot{q}_j(t_r)$ ($j = n + 1, n + 2, \dots, m$) в момент времени $t = t_r$.

6. Подставив значения $q_j = q_j^r$, $\dot{q}_j = \dot{q}_j^r$, $\ddot{q}_j = \ddot{q}_j^r$ ($j = 1, 2, \dots, n$) обобщенных и "лишних" координат, скоростей и ускорений механической части в систему

уравнений (3) и решив ее относительно сил реакции \bar{R}_j ($j=1,2,\dots,m-n$) и сил тока I_j ($j=1,2,\dots,n$), получим их значения $\bar{R}_j^r = \bar{R}_j(t_r)$ ($j=1,2,\dots,m-n$) и $I_j^r = I_j(t_r)$ ($j=1,2,\dots,n$) в момент времени $t = t_r$.

7. Осуществляя пункты 1-6 данного алгоритма для случаев $r=0,1,2,\dots,N-1$, получим искомые значения указанных параметров в узловых точках построенной выше сетки.

8. Принимая постоянными обобщенные ускорения \dot{I}_j электрической части в период времени $[t_r, t_{r+1}]$ ($r=0,1,2,\dots,N-1$), определяем их значения в моменты времени $t_0, t_1, t_2, \dots, t_{N-1}$ с помощью выражений

$$\dot{I}_j^r = \frac{I_j^{r+1} - I_j^r}{\Delta t}, \quad j=1,2,\dots,n, \quad r=0,1,2,\dots,N-1.$$

9. Подставив для каждого момента времени t_r ($r=0,1,2,\dots,N-1$) значения обобщенных координат, скоростей и ускорений $q_j = q_j^r$, $\dot{q}_j = \dot{q}_j^r$, $I_j = I_j^r$, $\dot{I}_j = \dot{I}_j^r$ ($j=1,2,\dots,n$) в систему уравнений (4) и решив ее относительно напряжений U_i , получим их значения $U_i^r = U_i(t_r)$ ($i=1,2,\dots,n$, $r=0,1,2,\dots,N-1$) в момент времени $t=t_r$. Нетрудно убедиться, что для механизмов с последовательной структурой (рис. 1) поставленная выше задача решается аналогично. Поскольку эти механизмы не имеют “лишних” координат, скоростей и ускорений, то решение этой задачи сводится к выполнению пунктов 1,2 и 6-9 предыдущего алгоритма, причем при выполнении пункта 6 для определения значений I_j ($j=1,2,\dots,n$) сил тока и напряжений U_i ($i=1,2,\dots,n$) необходимо решить систему уравнений (1) и (2).

3. Постановка задачи оптимального управления манипуляторами. Наличие большого числа степеней свободы в манипуляторах позволяет осуществлять движения их исполнительных механизмов различными способами, что, в свою очередь, позволяет учитывать ряд дополнительных условий при построении движений. В частности, из множества законов движения возможно выбрать такие, которые минимизируют заданные критерии качества, характеризующие эффективность функционирования механизма. Такие требования приводят к задачам оптимального управления, которые в данном случае можно сформулировать следующим образом.

Допустим, поведение электромеханической системы описывается системами уравнений (1)-(2) или (3)-(7). Обозначим вектор-функции обобщенных координат и ускорений механической части соответственно через $q(t) = (q_1(t), q_2(t), \dots, q_n(t))$ и $\dot{q}(t) = (\dot{q}_1(t), \dot{q}_2(t), \dots, \dot{q}_n(t))$, вектор-функцию обобщенных координат электрической части - $I(t) = (I_1(t), I_2(t), \dots, I_k(t))$, а вектор-функцию напряжений электрической

части $-U(t) = (U_1(t), U_2(t), \dots, U_n(t))$. В дальнейшем пару $(q(t), \dot{q}(t))$ назовем фазовыми координатами, а $U(t)$ - функцией управления или просто управлением.

Допустим, задан также критерий качества

$$\Psi_0(q, \dot{q}, I, U) = \int_{t_0}^{t_k} f_0(q, \dot{q}, I, U) dt, \quad (9)$$

оценивающий работу электромеханической системы, а также его начальное

$$C_0 = (q_1(t_0), \dots, q_n(t_0), \dot{q}_1(t_0), \dots, \dot{q}_n(t_0)) \quad (10)$$

и конечное

$$C_k = (q_1(t_k), \dots, q_n(t_k), \dot{q}_1(t_k), \dots, \dot{q}_n(t_k)) \quad (11)$$

состояния в моменты времени $t=t_0$, где функция $f_0(q, \dot{q}, I, U)$ определена постановкой задачи.

Требуется из всех возможных функций управления определить такую функцию $U(t) = (U_1(t), \dots, U_n(t))$, которая, переводя систему из начального состояния (10) в конечное (11), минимизирует критерий качества (9) при следующих ограничениях:

$$f_{1j}(t) \leq q_j(t) \leq f_{2j}(t), \quad t \in [t_0, t_k], \quad j = 1, 2, \dots, n, \quad (12)$$

$$f_{3j}(t) \leq \dot{q}_j(t) \leq f_{4j}(t), \quad t \in [t_0, t_k], \quad j = 1, 2, \dots, n,$$

$$f_{5j}(t) \leq I_j(t) \leq f_{6j}(t), \quad t \in [t_0, t_k], \quad j = 1, 2, \dots, n, \quad (13)$$

$$f_{7i}(t) \leq U_i(t) \leq f_{8i}(t), \quad t \in [t_0, t_k], \quad j = 1, 2, \dots, n,$$

где $f_{1j}(t), f_{2j}(t), \dots, f_{8j}(t)$ – известные функции.

4. Численный метод решения задачи оптимального управления. Для решения рассматриваемой задачи можно применить известные численные методы оптимального управления [11]. Однако в данном случае это приведет к затруднениям вычислительного характера. Ниже приводится упрощенный итерационный метод решения указанной задачи, который основан на равенстве числа обобщенных координат рассматриваемой электромеханической системы числу функций управления и учитывает ограничения (12) и (13) на их области изменения. На каждом шагу (q, \dot{q}) фазового пространства происходит переход от одной текущей опорной траектории (рис.3) к другой с уменьшением значения минимизируемого критерия качества (9).

Для решения задачи предлагаемым методом в период времени $[t_0, t_k]$ движения манипулятора вводится равномерно распределенная сетка

$t_0, t_1, t_2, \dots, t_N = t_k$, $t_r = t_0 + r \cdot \Delta t$, $\Delta t = (t_k - t_0) / N$ ($r = 0, 1, 2, \dots, N-1$). Далее по узловым точкам сетки дискретизируются критерий качества (9) и ограничения (12) и (13), в результате чего они получают следующие выражения:

$$\Psi_0 = \sum_{r=0}^{N-1} f_0(q^r, \dot{q}^r, I^r, U^r) \Delta t \quad , \quad (14)$$

$$f_{1j}(t_r) \leq q_j(t_r) \leq f_{2j}(t_r), \quad t_r \in [t_0, t_k], \quad j=1, 2, \dots, n, \quad (15)$$

$$f_{3j}(t_r) \leq \dot{q}_j(t_r) \leq f_{4j}(t_r), \quad t_r \in [t_0, t_k], \quad j=1, 2, \dots, n,$$

$$f_{5j}(t_r) \leq I_j(t_r) \leq f_{6j}(t_r), \quad t_r \in [t_0, t_k], \quad j=1, 2, \dots, n, \quad (16)$$

$$f_{7i}(t_r) \leq U_i(t_r) \leq f_{8i}(t_r), \quad t_r \in [t_0, t_k], \quad j=1, 2, \dots, n.$$

Дискретизируется также выбранная опорная траектория, что приводит к дискретному множеству точек $C_0(C_{t_0}), C_1, \dots, C_N(C_{t_k})$ (рис. 3) в данном пространстве, для которых вычисляется значение Ψ_0 критерия качества (14).

После дискретизации задачи переход от выбранной опорной траектории к новой траектории в фазовом пространстве (рис. 3), при сохранении точек C_0 и C_N , сводится к определению нового множества точек C_1, C_2, \dots, C_{N-1} , для которых критерий качества (14) принимает значение, меньшее Ψ_0 для предыдущего множества точек.

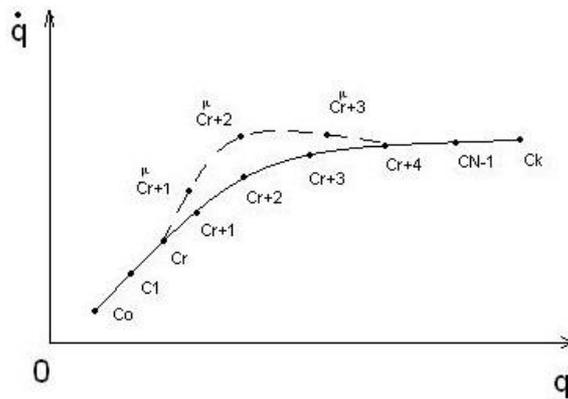


Рис.3. Изменение опорной траектории

Ниже приводится алгоритм решения рассматриваемой задачи, в каждой фазе которого замена множества точек C_r ($r = 0, 1, 2, \dots, N-1$) новыми точками осуществляется чередованием подфаз. Для каждой подфазы из всех C_r ($r = 0, 1, 2, \dots, N-1$) точек производится замена некоторым числом чередующихся точек. В данном случае число заменяемых точек равно трем, что вытекает из равенства чисел обобщенных координат и функций управления, а также непрерывности изменения фазовых координат. r -я подфаза одной фазы алгоритма осуществляется в следующей последовательности.

1. В окрестностях точек $C_{r+2}(q^{r+2}, \dot{q}^{r+2})$ фазового пространства (q, \dot{q}) строим гиперкуб со стороной $2a$, где составляющие векторов $q^{r+2} = (q_1^{r+2}, q_2^{r+2}, \dots, q_n^{r+2})$, $\dot{q}^{r+2} = (\dot{q}_1^{r+2}, \dot{q}_2^{r+2}, \dots, \dot{q}_n^{r+2})$ представляют собой значения обобщенных координат и скоростей механической части в момент времени $t = t_{r+2}$, которые являются известными величинами, определяемыми по опорной траектории.

2. Гиперкуб, построенный в окрестности точки $C_{r+2}(q^{r+2}, \dot{q}^{r+2})$, покрываем сеткой требуемой плотности. Текущую узловую точку этой сетки обозначим через $C_{r+2}^\mu (q^{(r+2)\mu}, \dot{q}^{(r+2)\mu})$ ($\mu = 1, 2, \dots, N_1$).

3. Выбираем текущую узловую точку $C_{r+2}^\mu (q^{(r+2)\mu}, \dot{q}^{(r+2)\mu})$ и с помощью выражений

$$\begin{aligned} q_j^{(r+k)\mu} &= 0,25(\dot{q}_j^{(r+k-1)\mu} - \dot{q}_j^{(r+k+1)\mu})\Delta t + 0,5(q_j^{(r+k+1)\mu} + q_j^{(r+k-1)\mu}), \quad k = 1, 3, \\ \dot{q}_j^{(r+k)\mu} &= -0,5(\dot{q}_j^{(r+k-1)\mu} - \dot{q}_j^{(r+k+1)\mu})\Delta t + (q_j^{(r+k+1)\mu} + q_j^{(r+k-1)\mu})\Delta t^{-1}, \quad k = 1, 3, \\ \ddot{q}_j^{(r+k)\mu} &= (\dot{q}_j^{(r+k+1)\mu} - \dot{q}_j^{(r+k)\mu})\Delta t^{-1}, \quad k = 0, 1, 2, 3, \\ q_j^{\mu} &= q_j^r, \dot{q}_j^{\mu} = \dot{q}_j^r, q_j^{(r+4)\mu} = q_j^{r+4}, \dot{q}_j^{(r+4)\mu} = \dot{q}_j^{r+4}, \\ & \quad j = 1, 2, \dots, n \end{aligned} \quad (17)$$

определяем значения обобщенных координат, скоростей и ускорений механической части для моментов времени t_r, t_{r+1}, t_{r+2} , которые определяются из условий непрерывности изменения обобщенных координат и скоростей, а также постоянства обобщенных ускорений в периодах времени $[t_r, t_{r+1}], [t_{r+1}, t_{r+2}], [t_{r+2}, t_{r+3}], [t_{r+3}, t_{r+4}]$.

4. Для полученных значений (17) обобщенных координат и скоростей проверяем ограничения (15) и из индексов μ выбираем те, для которых имеют место указанные ограничения. Если такие индексы существуют, то переходим к пункту 5 алгоритма. В противном случае, принимаем $r = r+1$ и возвращаемся к пункту 1 алгоритма.

5. Для моментов времени $t_r, t_{r+1}, t_{r+2}, t_{r+3}$, пользуясь полученными из выражения (17) значениями обобщенных координат, скоростей и ускорений, решаем смешанную задачу динамики системы и определяем значения функции управления и сил тока $U_i^\mu, U_i^{(r+1)\mu}, U_i^{(r+2)\mu}, U_i^{(r+3)\mu}$ ($i = 1, 2, \dots, n$), $I_j^\mu, I_j^{(r+1)\mu}, I_j^{(r+2)\mu}, I_j^{(r+3)\mu}$ ($j = 1, 2, \dots, n$), ($\mu \in [1, N_1]$) для моментов времени $t_r, t_{r+1}, t_{r+2}, t_{r+3}$.

6. Для полученных значений функций управления и сил тока проверяем ограничения (16) и из индексов μ выбираем те, которые удовлетворяют указанным ограничениям. Если такие номера существуют, то переходим к пункту 7 алгоритма, в противном случае, принимаем $r = r + 1$ и возвращаемся к пункту 1 алгоритма.

7. Подставив значения обобщенных координат, скоростей и функций управления в выражение критерия качества (14), определяем его значение Ψ_0^μ . При определении значения выражения Ψ_0^μ в сумме (14) меняются только те значения функции f_0 , которые соответствуют моментам времени $t_r, t_{r+1}, t_{r+2}, t_{r+3}$.

8. Для полученных индексов μ определяем тот индекс μ^* , для которого имеет место следующее условие:

$$\Psi_0^{\mu^*} = \min_{\{\mu\}} \Psi_0^\mu.$$

9. Проверяем условие $\Psi_0^{\mu^*} \leq \Psi_0$. Если оно удовлетворяется, то во множестве точек C_0, C_1, \dots, C_N опорной траектории точки $C_{r+1}, C_{r+2}, C_{r+3}$ заменяем точками $C_{r+1}^{\mu^*}(q^{(r+1)\mu^*}, \dot{q}^{(r+1)\mu^*})$, $C_{r+2}^{\mu^*}(q^{(r+2)\mu^*}, \dot{q}^{(r+2)\mu^*})$, $C_{r+3}^{\mu^*}(q^{(r+3)\mu^*}, \dot{q}^{(r+3)\mu^*})$, принимаем $r = r + 1$ и возвращаемся к пункту 1 алгоритма.

Построение новой траектории в фазовом пространстве завершается, когда $r = N - 4$.

Если условие $\Psi_0^{\mu^*} \leq \Psi_0$ и ограничения (15) и (16) не удовлетворяются для всех $r \in [0, N]$, то уменьшаем в два раза размеры гиперкуба, построенного в пункте 1, и повторяем данный алгоритм.

Решение задачи заканчивается, когда размеры гиперкуба, построенного в пункте 1, удовлетворяют условию $2a \leq \varepsilon$, где ε - заданная точность вычислений. Вычисленные значения фазовых координат и управлений представляют собой решение поставленной задачи.

Заключение. На основании общей математической теории оптимальных процессов сформулирована и решена задача оптимального управления манипуляторами с параллельной и последовательной топологиями, рассмотренными как электромеханические системы. Разработан численный метод решения поставленной задачи с возможностью определения таких управляющих функций манипуляторов, которые бы позволяли при построении движений оптимизировать желаемые критерии качества. Предлагаемый в работе подход позволяет изменением

лишь напряжений в электроприводах и без введения дополнительных сил построить оптимальные движения манипуляторов, что существенно упрощает системы их управления. Ввиду ограниченного объема статьи результаты и примеры численной реализации представленного метода здесь не приведены.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Попов Е.П., Верещагин А.Ф., Зенкевич С.Л.** Манипуляционные роботы, динамика и алгоритмы.-М.: Наука, 1978.- 398 с.
2. **Fateh M. M.** On the Voltage-Based Control of Robot Manipulators// International Journal of Control, Automation, and Systems.- October, 2008. - V. 6, №5.-P.702-712.
3. **Izadbakhsh A., Fateh M. M., Sadrnia M. A.** Discontinuous Feedback Linearization of an Electrically Driven Fast Robot Manipulator/ World Academy of Science// Engineering and Technology.-2007.-29.-P.217-222.
4. **Konolige K.** A Gradient Method for Realtime Robot Control// Intelligent Robots and Systems.-2000 (IROS 2000).- V.1. - P.639 – 646.
5. **Simmons G., Demiris Y.** Optimal Robot Arm Control Using The Minimum Variance Model// Journal of Robotic Systems. – November, 2005.
6. **Veeraklaew T., Malisuwan S.** The Direct Approach of General Dynamic Optimal Control: Application on General Software// International Journal of The Computer, the Internet and Management. – May-August, 2006.-V.14, №2.-P.82-87.
7. **Hast M., Ekesson J., Robertsson A.** Optimal Robot Control Using Modelica and Optimica// Proceedings 7th Modelica Conference. - Como, Italy, Sep. 20-22, 2009.
8. **Понтрягин Л.С.** Математическая теория оптимальных процессов.-М.: Наука, 1976. - 392 с.
9. **Schiller Z.** Time-energy optimal control of articulated systems with geometric path constraints// Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control, Trans. ASME. – 1996.-V. 118.-P.135-143.
10. **Саркисян Ю.Л., Степанян К.Г., Оганджян А.Ж.** Численный метод оптимального управления механизмов искусственных органов// Проблемы прикладной механики.- Тбилиси, 2002.- №4 (9).- С.9-13.
11. **Федоренко Р.П.** Приближенное решение задач оптимального управления.-М.: Наука, 1978.-488с.

ГИУА (П). Материал поступил в редакцию 15.04.2010.

Մ.Տ. ՄԵԼԿՈՆՅԱՆ, Կ.Գ. ՍՏԵՓԱՆՅԱՆ, Կ.Ս. ԱՐԶՈՒՄԱՆՅԱՆ,
ՅՈՒ.Լ. ՍԱՐԳՍՅԱՆ

ՄԱՆԻՊՈՒԼՅԱՏՈՐՆԵՐԻ ՕՊՏԻՄԱԼ ԿԱՌԱՎԱՐՈՒՄՆ ԷԼԵԿՏՐԱՇԱՐԺԱԲԵՐՆԵՐԻ
ԲՆՈՒԹԱԳՐԵՐԻ ՀԱՇՎԱՌՄԱՍԲ

Լազրանժ-Մաքսվելի հավասարումների հիման վրա մշակվել է որպես էլեկտրամեխանիկական համակարգեր դիտարկվող հաջորդական և զուգահեռ կառուցվածքներով մանիպուլյատորների օպտիմալ կառավարման խնդրի լուծման պարզեցված մեթոդ: Այն թույլ է տալիս միայն էլեկտրաշարժաբեռներում մուտքի լարումների փոփոխման միջոցով կառուցել մեխանիզմների պահանջվող օպտիմալ շարժումները, ինչն էապես պարզեցնում է դրանց կառավարման համակարգերը:

Առանցքային բառեր. մանիպուլյատոր, օպտիմալ կառավարում, Լազրանժ-Մաքսվելի հավասարում, որակի չափանիշներ:

S.T. MELKONYAN, K.G. STEPANYAN, K.S. ARZUMANYAN,
Yu.L. SARKISSYAN

OPTIMAL CONTROL OF MANIPULATORS TAKING INTO ACCOUNT
CHARACTERISTICS OF ELECTRIC DRIVES

A method of an optimum control problem solving of electrically actuated manipulators with serial and parallel structures based on the Lagrange-Maxwell equations is developed. The method allows to construct required optimal movements of mechanisms by changing only input voltages in electric drives that essentially simplifies their control systems.

Keywords: manipulator, optimal control, Lagrange-Maxwell equations, quality criteria.